

# 我对布兰查德模型的理解

沈利生 2006年12月29日

在布兰查德、费希尔所著《宏观经济学（高级教程）》（刘树成、沈利生、钟学义、姚愉芳、郑玉歆、张一凡译，经济科学出版社，1992年）第127页，写道：

个人在不确定的情况下面对最大化问题。在时刻  $t$  使下式最大化

$$E\left[\int_t^{\infty} u(c(z)) \exp[-\theta(z-t)] dz \mid t\right] \quad (40)$$

式中， $u(\cdot)$  是效用函数， $c(z)$  是在时刻  $z$  的消费， $\exp(\cdot)$  是指数函数， $\theta$  是主观贴现率。

在式(40)中，**如果没有期望符号  $E$** ，就表示在确定性（个人永远活着的）情况下，个人全部消费  $c$  的效用  $u$  以主观贴现率  $\theta$  贴现到时刻  $t$  的效用总和。

(40) 式中**有了期望符号  $E$** ，就表示在不确定情况下（个人存在死亡概率的）情况下，个人在活着时的全部消费  $c$  的效用  $u$  以主观贴现率  $\theta$  贴现到时刻  $t$  的效用总和。

这里所说的不确定情况是指  $z$  可能有不同的取值（个人的寿命不确定），所以，把  $z$  看作是随机变量也未尝不可。正由于  $z$  的不确定，使得个人一生消费所带来的效用的现值变得不确定。那么，讨论这种寿命不确定情况下效用现值的最大化，自然是讨论其期望值的最大化。

在一个不确定的（或未知的）变量或函数之前加上符号  $E$  来表示其期望值，是一种简便而又明确的表示方式。

以卢卡斯供给曲线为例：

$$y = b(p - E[p]) \quad (6.21)$$

式中， $y$  是产出的对数， $p$  是价格水平的对数， $E[p]$  是对价格水平的预期。

卢卡斯供给曲线表示：产量对其正常水平的偏离（在模型中为 0）是价格水平意外的一个增函数。（ $p - E[p]$  就是价格水平意外）（戴维·罗默著，《高级宏观经济学》，商务印书馆，2001年，第318页）。

为了求解永葆青春模型，需要去掉(40)式中的期望符号  $E$ ，即把个人余生的不确定性具体化。这是通过引入个人在时刻  $z$  活着的概率  $\exp[-p(z-t)]$  来实现的，即在(40)式的效用函数  $u$  上乘上此概率，有

$$\int_t^{\infty} u(c(z)) \exp[-p(z-t)] \exp[-\theta(z-t)] dz = \int_t^{\infty} u(c(z)) \exp[-(p+\theta)(z-t)] dz$$

注意，上式中不但去掉了(40)式中的期望符号  $E$ ，还同时去掉了条件  $(\mid t)$ 。上式中未出现死亡概率是由于个人死亡后的消费为 0，效用也为 0，故省略了。

进一步假设效用函数为对数型，即得（布兰查德书第127页）

$$\int_t^{\infty} \log c(z) \exp[-(p+\theta)(z-t)] dz \quad (40')$$

上式表明，假设死亡概率为指数型的结果，相当于在个人永远活着的情况下，把主观贴现率  $\theta$  增加了  $p$ 。

这里引入的死亡概率为指数型，参数  $p$  是常数，意味着在时刻  $t$  活着的老年人和年青人继续存活的期望时间一样。