

# 对布兰查德“永葆青春模型”中的消费决策方法的再评论

贺菊煌 (2007 年 2 月)

## (一)“永葆青春模型”关于个人消费决策的要点

布兰查德在其《宏观经济学》中提出了一个“永葆青春模型”。其中关于个人消费决策的要点如下。

### 1、关于人的寿命

在此模型中,人的寿命被假定为**不确定无限寿命**。即假定人们在任何时期都有一个不变的、大于 0 小于 1 的死亡概率  $p$ ; 老年人的预期寿命与年轻人的预期寿命一样长。

这样,人们的余年  $\chi$  是一个服从负指数分布的随机变量; 其密度函数为

$$f_{\chi}(\tau) = p \exp(-p\tau), \quad [1]$$

(注:用方括号表示的方程式标号是我们加的,用圆括号表示的方程式标号是原书中的标号)

### 2、关于个人资产的管理和遗产的处理

布兰查德提出通过保险合同解决。保险公司与个人之间订立如下合同:个人活着时,把自己的财产  $v_t$  放到保险公司,保险公司对其支付保险金,每单位时间为  $pv_t$ ; 个人死亡时,保险公司接收其全部财产。

### 3、关于个人消费跨时优化的目标函数

布兰查德认为,个人在时刻  $t$  作消费决策,是使下式最大:

$$E\left[\int_t^{\infty} u(c(z)) \exp(-\theta(z-t)) dz \mid t\right] \quad (40)$$

式中,  $E$  是数学期望符号,  $u$  表示即时效用,  $c$  表示消费,  $\theta$  表示时间偏好率。

对于(40),布兰查德解释说:“在将来任何时期消费的不确定性,...来自死亡的可能性。在时刻  $z$  活着的概率是  $\exp[-p(z-t)]$ 。如果死亡,效用就被假定为 0,如果活着,效用就是  $u(c(z))$ ; 我们进一步假设  $u(\cdot)$  是  $\log c(z)$ 。...。最后假设,在经济中没有其他的不确定性来源,这样,  $y(z)$ 、 $v(z)$  和  $h(z)$ ,  $z \geq t$  的期望值具有主观确定性。所以可把目标函数写成

$$\int_t^{\infty} \ln(c(z)) \exp(-(\theta + p)(z-t)) dz \quad (40')$$

### 4、关于个人消费优化的跨时预算约束

布兰查德的论述如下:

“个人在活着时的动态预算约束是

$$\frac{dv(z)}{dz} = [r(z) + p]v(z) + y(z) - c(z) \quad (41)$$

像往常一样，仍然需要非蓬齐对策条件，...如果个人在时刻  $z$  还活着，则此条件为

$$\lim_{z \rightarrow \infty} R(t, z)v(z) = 0 \quad (42)$$

$$\text{其中 } R(t, z) = \exp\left\{-\int_t^z [r(\mu) + p]d\mu\right\} \quad (43)$$

[ (41) — (43) 中的  $R$  表示贴现因子， $r$  表示利率， $p$  表示保险公司对所管理的个人资产的支付率， $v$  表示非人力财富， $y$  表示劳动收入。]

利用非蓬齐对策条件 (42)，对方程 (41) 向前积分，得到跨时预算约束：

$$\int_t^\infty c(z)R(t, z)dz = v(t) + \int_t^\infty y(z)R(t, z)dz \quad (44) \quad "$$

以上是布兰查德“永葆青春模型”关于个人消费决策的要点。

## (二) 对“永葆青春模型”中的消费决策方法的评论

我认为，以上模型存在不少问题。主要有以下几点。

### 1、式(40)中哪个变量是随机变量?其概率分布如何?没有清楚的说明。

关于此问题，布兰查德只说了：“在将来任何时期消费的不确定性，...来自死亡的可能性。在时刻  $z$  活着的概率是  $\exp[-p(z-t)]$ 。如果死亡，效用就被假定为 0，如果活着，效用就是  $u(c(z))$ ；我们进一步假设  $u(\cdot)$  是  $\log c(z)$ 。”其中的问题是：

1) 式 (40) 中的哪个变量反映“死亡的可能性”？作者没有指明，读者也无法弄清楚。

2) 他所说的“如果死亡，...，如果活着，...”可用一个取值仅为 0 和 1 的随机变量序列描述，但这样随机变量序列在 (40) 中并不存在。

3) 对于这个随机变量序列的概率分布的描述不完整：他只说了“在时刻  $z$  活着的概率是  $\exp[-p(z-t)]$ ”这一句话，没有说不活着的概率如何。

4) 由于 (40) 中的随机变量及其概率分布不清楚，就很难弄清楚 (40') 是怎样推出来的。布兰查德对此没有给出任何数学推理。

### 2、效用概念的不当使用。

根据前面所引用的布兰查德的“如果死亡，效用就被假定为 0，如果活着，效用就是  $u(c(z))$ ；我们进一步假设  $u(\cdot)$  是  $\log c(z)$ 。”这段话，会产生这样不合理的结果：“在时刻  $z$ ，个人如果活着、消费为 1，则效用为 0 (=  $\log(1)$ )；如果死亡，效用也为 0。如果活着时消费大于 0 小于 1，则效用为负值，还不如死了好 (效用为 0)。”

所以，把效用概念用于死者，是不合理的。(对于死者，我认为应改取如下假定：“如果死亡，消费为 0，效用不存在”。)

### 3、跨时预算约束与目标函数在逻辑上不一致，是该模型的致命缺陷。

布兰查德的式(44)是“利用非蓬齐对策条件(42)，对个人活着时的动态预算约束方程(41)向前积分，得到的跨时预算约束”。既然(41)是“活着时的动态预算约束”，那么，以此为基础产生的(44)只能是“预期从 $t$ 到 $\infty$ 一直活着这种情况下的跨时预算约束”。也就是说，(44)只对于 $t$ 时刻以后永远不死的情况成立。它完全排除了因个人随时可能死亡、个人资产随时可能被保险公司接收而发生跳跃性变化(时刻 $z$ 死亡者资产的变动量为 $-v(z)$ )。与此相对照，在目标函数里，个人任何时刻是活着还是死亡两种情况都被考虑到了。所以，跨时预算约束(44)与目标函数(40)或(40')在逻辑上不一致。这种不一致，是该模型的一个致命性缺陷。

我认为，布兰查德的模型之所以出现这些问题和缺陷，根本原因在于作者没有把随机变量 $\chi$ (余年)及其密度函数 $f_{\chi}(\tau) = p \exp(-p\tau)$ 作为分析的基础。如果把余年及其密度函数作为分析基础，这些问题和缺陷都可以消除。关于此，我写了一个简短的文稿。对此有兴趣者可同我联系。(E-mail: hejuhuang@sina.com)