

# 寿命不确定下的消费

贺菊煌

作者工作单位：中国社会科学院数量经济与技术经济研究所

联系方式：电话 68463380；E-mail: hejuhuang@sina.com

# 寿命不确定下的消费

[内容提要] 本文讨论寿命不确定下个人消费决策的方法。在指出前人方法的缺陷以后, 提出了2种新方法: 预期余年法和期望效用下的期望收支平衡法。本文强调: 个人消费优化决策的目标函数与约束条件在逻辑上要保持一致; 寿命不确定下的消费决策必须动态化, 因为它所依据的余年概率分布随年龄而变, 使得每次决策的结果中, 只有头一年(或头一期)的优化消费有实际意义, 其他的没有意义。

[关键词] 不确定寿命, 余年概率分布, 不确定寿命下的消费决策方法

## Consumption under Uncertain Life

**Abstract: this paper discusses the method for individuals to make decision on consumptions under uncertain life. After pointing out the short comings of prior methodologies in this field, this paper proposes two new methodologies: the expected remaining life method and the expected balance between income and expenditure method. This paper emphasizes that the objective function for individual consumption decision should be consistent in logic with constraining conditions. The consumption decision under uncertain life must be dynamic, because the probability distribution of remaining life, on which the consumption decision is based, changes with age. As a result, only the first year (or first period) optimization consumption is meaningful, and the remainder does not have real significance.**

**Key words: uncertain life, probability distribution of remaining life, method to make consumption decision under uncertain life**

为了研究与人口结构有关的经济问题, 例如社会养老保险问题, 遗产规模问题, 需要弄清楚个人在寿命不确定下如何进行消费的跨时优化。由于其复杂性, 学者们至今还没有把它弄得很清楚。本文将着力理清寿命不确定下个人消费跨时优化的逻辑, 得出正确的优化方法。为了集中精力于最基本的问题, 本文假定个人消费计划不受流动性约束, 不考虑人寿保险, 不故意留遗产。

## 一、寿命不确定的含义和描述

寿命不确定就是个人死亡时间(年龄)不确定。有关的描述指标如下。

(1) 生命表。就是分年龄的死亡率表。令  $x$  表示人的年龄,  $N$  表示最大可能年龄,  $d_x$  表示

年龄为  $x$  者的死亡概率。则有：

$$\text{当 } x \neq N, 0 < d_x < 1; \text{ 当 } x=N, d_N=1. \quad (1)$$

(2) 存活概率。令  $l_x(x+\tau)$  表示  $x$  岁者到  $x+\tau$  岁还活着的概率（简称存活概率），则有：

$$l_x(x) = 1; \quad l_x(x+\tau) = \prod_{\mu=0}^{\tau-1} (1 - d_{x+\mu}), \quad 1 \leq \tau \leq N-x \quad (2)$$

(3) 余年概率分布。令  $p_x(x+\tau)$  表示  $x$  岁者死于  $x+\tau$  岁的概率（简称余年概率），则有

$$p_x(x+\tau) = l_x(x+\tau) - l_x(x+\tau+1) = l_x(x+\tau) d_{x+\tau}, \quad 0 \leq \tau \leq N-x \quad (3)$$

不难证明，
$$\sum_{\tau=0}^{N-x} p_x(x+\tau) = 1 \quad (4)$$

$l_x(x+\tau)$  与  $p_x(x+\tau)$  之间有以下关系：

$$\left. \begin{aligned} l_x(x) &= p_x(x) + p_x(x+1) + p_x(x+2) + \cdots + p_x(N) = 1 \\ l_x(x+1) &= p_x(x+1) + p_x(x+2) + \cdots + p_x(N) \\ l_x(x+2) &= p_x(x+2) + \cdots + p_x(N) \\ \cdots & \\ l_x(N) &= p_x(N) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(4) 预期余年。就是余年的期望值。令  $E_x$  表示年龄为  $x$  者的预期余年，则有

$$E_x = \sum_{\tau=0}^{N-x} \tau p_x(x+\tau) = \sum_{\tau=1}^{N-x} l_x(x+\tau) \quad (6)$$

死亡概率、存活概率、余年概率、预期余年都随年龄而变。下面图 1 和图 2 是根据我国 1990 年生命表（见参考文献[8]）画出的一些存活概率曲线和余年概率分布曲线。图 1 中从左至右的曲线依次是 0 岁、20 岁、50 岁、70 岁者到  $x$  岁还活着的概率。图 2 中从下至上的曲线依次是 0 岁、20 岁、50 岁、70 岁者死于  $x$  岁的概率，这 4 条曲线各自下面的面积等于 1。

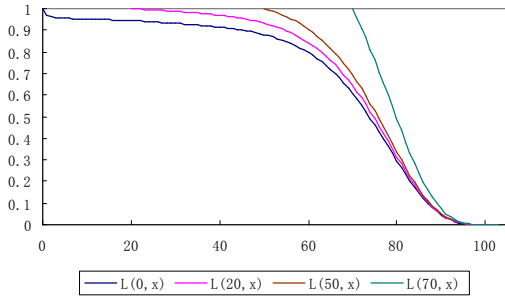


图1 零岁、20岁、50岁、70岁者  
到 x 岁还活着的概率

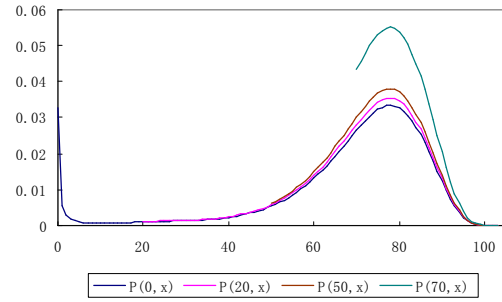


图2 零岁、20岁、50岁、70岁者  
死于 x 岁的概率

余年概率分布曲线的完备性（每条余年概率分布曲线下的面积等于1）使它成了寿命不确定下消费决策的基础。余年概率分布曲线随年龄而变，要求消费决策动态化。

## 二、文献述评

关于寿命不确定下消费决策理论的研究虽然早在 20 世纪 60 年代就已出现，但是到目前为止，有关的文献还很少。

雅里（Yaari, Menahem）1965 年的文章“不确定寿命、人寿保险和消费者理论”，是这方面最早、最有影响的文献。该文在消费者行为上区分了留遗产和不留遗产两种情况；在消费决策环境上区分了人寿保险可得和不可得两种情景。该文的主要贡献是明确了寿命不确定下期望效用的含义，给出了正确的计算公式，并且把它作为消费决策的目标。在不留遗产的情况下，雅里的期望效用公式如下：

$$\begin{aligned}
 EV(c) &= \int_0^{\bar{T}} \pi(t) \int_0^t \alpha(\tau) g[c(\tau)] d\tau dt \\
 &= \int_0^{\bar{T}} \Omega(t) \alpha(t) g[c(t)] dt
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

式中， $EV(c)$ 表示期望效用的主观现值； $\bar{T}$ 表示生存时间的上限； $\pi(t)$ 表示在时刻 t 死亡的

密度（满足  $0 < \pi(t) < 1, \int_0^{\bar{T}} \pi(t) dt = 1$ ）； $\Omega(t) = \int_0^t \pi(\tau) d\tau$  表示在时刻 t 还活着的概率； $\alpha(t)$ 表示

在时刻 t 的主观贴现因子； $c(t)$ 表示在时刻 t 的消费； $g[\cdot]$ 表示即时效用函数。式（7）设计合理，含义清楚，后来研究寿命不确定下消费决策的学者普遍把它作为分析的基础。

哈德（Hurd, Michael D.）1989 年的文章“死亡风险和遗产”，是这方面研究的另一重要文献。他的主要工作一是对目标函数中遗产的作用作了适当的设定；二是考虑了有无流动性约束对消费决策的影响。

布兰查德和费希尔在其《宏观经济学》中提出的“永葆青春模型”，也是这方面研究的

重要文献。他们把不确定寿命下的消费纳入了宏观经济模型之中，有重要的理论意义。

我发现，这些文章都存在这样的逻辑缺陷：个人寿命的不确定性在目标函数中得到了合理的反映，在约束条件中则没有得到反映。在约束条件的设定上，这些文章的作者都假定个人能够活到生命的上限，排除了随时死亡的可能性。在个人消费不受流动性约束、不考虑人寿保险、不故意留遗产的条件下，他们的消费决策方法如下：

$$\left. \begin{aligned} & \text{Max} \sum_{\tau=0}^{N-x} l_x(x+\tau) u[c(x+\tau)] / (1+\theta)^\tau \\ & \text{s.t.} \quad (1+r)v_x + \sum_{\tau=0}^{N-x} [y(x+\tau) - c(x+\tau)] / (1+r)^\tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中， $x$  表示年龄， $N$  表示年龄上限； $l_x(x+\tau)$  表示年龄为  $x$  者到  $x+\tau$  岁还活着的概率； $c$  表示消费， $u[\cdot]$  表示效用函数； $\theta$  表示时间偏好率； $r$  表示资产收益率； $v_x$  表示  $x$  岁时的资产， $y$  表示非资产收入（以下简称劳动收入）。运用公式 (5)，式 (8) 中的目标函数可变为  $\text{Max} \sum_{\tau=0}^{N-x} p_x(x+\tau) \left\{ \sum_{\mu=0}^{\tau} u[c(x+\mu)] / (1+\theta)^\mu \right\}$ ，其含义是使未来消费效用主观现值的期望值最大化。因此，式 (8) 所描述的消费决策方法可称为“单纯期望效用法”。假如即时效用函数为

$$u'(c) = c^{-j}, \quad (9)$$

则 (8) 的解如下：

$$c(x+\tau) = c(x) [l_x(x+\tau)]^{1/j} [(1+r)/(1+\theta)]^{\tau/j} \quad (10)$$

$$c(x) = \frac{(1+r)v_x + \sum_{\tau=0}^{N-x} y(x+\tau) / (1+r)^\tau}{\sum_{\tau=0}^{N-x} [l_x(x+\tau)]^{1/j} M^\tau} \quad (11)$$

$$\text{其中} \quad M = [(1+r)/(1+\theta)]^{1/j} / (1+r) \quad (12)$$

以上消费决策方法所产生的消费路径具有“动态一致性”：一次计划产生的消费路径与逐年（或逐期）计划产生的消费路径相同。限于篇幅，其证明从略。

对于这种消费决策方法，我有以下批评。

式 (8) 中，个人寿命的不确定性在目标函数中得到了反映（其中含有存活概率  $l_x(x+\tau)$ ），在约束条件中则没有反映（其中不含存活概率  $l_x(x+\tau)$ ）。后者意味着个人一直活到生命上限  $N$ ，完全排除了随时死亡的可能性。这说明：这种消费决策方法存在逻辑不一致的缺陷。

对于年龄为  $x$  岁的人来说，未来量  $y(x+\tau)$ 、 $c(x+\tau)$ 、 $u[c(x+\tau)]$  是否存在，取决于他在年龄  $x+\tau$  岁时是否还活着。如果活着，这些未来量存在；如果已死，这些未来量不存在。可是，任何一个年龄为  $x$  岁的人对于他“在年龄  $x+\tau$  岁时是否还活着”，不能给出确定性（是或否）的回答，只能给出或然性的回答，说：在年龄  $x+\tau$  岁时还活着的概率为  $l_x(x+\tau)$ 。所以，年龄为  $x$  岁的人对于未来量  $y(x+\tau)$ 、 $c(x+\tau)$ 、 $u[c(x+\tau)]$  只能以概率  $l_x(x+\tau)$  予以认定。在式 (8) 中，决策者对未来量  $u[c(x+\tau)]$  以概率  $l_x(x+\tau)$  予以认定，对未来量  $y(x+\tau)$ 、 $c(x+\tau)$  则以概率 1 予以认定。后者否定了寿命不确定这一基本前提，违背了逻辑自洽性。

下面，我们对式 (8) 进行数值解。假定：个人 20 岁开始工作，65 岁退休；即时效用函数为  $u'(c) = c^{-j}$ ， $j=2$ ；时间偏好率  $\theta$  为每年 1.5%；资产收益率  $r$  为每年 3%；个人在不同年龄的死亡概率如中国 1990 年生命表所示；个人 20 岁时的资产为零。个人非资产收入考虑两种情况：一种情况是工作期每年（工资）为 1，退休期为零（无退休金）；另一种情况是工作期每年（工资）为 0.85，退休期每年（退休金）为 0.5525。在这些假定下，式 (8) 产生的个人消费路径和资产路径见图 3。

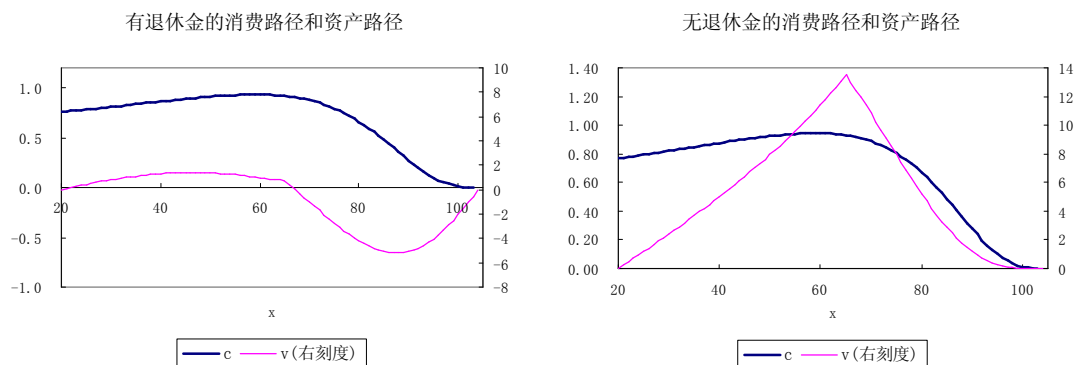


图 3 单纯期望效用法产生的个人消费路径和资产路径

此图表明：在有退休金的情况下，个人在生命后期还要负债消费，消费水平在高龄阶段很低；说明退休金对老年人生活没有保障作用。这显然不符合实际。单纯期望效用法之所以得出这样不切实际的结论，原因在于它的目标函数与约束条件在逻辑上不一致。

笔者 1998 年和 2004 年提出了消费决策的 2 种新方法：1998 年的文章“消费函数研究”提出了以预期余年作为消费优化区间的方法（后来称为“预期余年法”）；2004 年的文章“寿命不确定下的消费决策”提出了“余年分析法”。这 2 种方法保持了目标函数与约束条件之间逻辑上的一致性，得出的结论比较符合实际。其中预期余年法简明易懂，计算工作量小，下面第三部分将详细介绍它。

2002 年，Ake Blomqvist 在《健康经济学》杂志上发表文章，对 P.-O. Johansson 2001 年在该杂志上所发文章提出批评，指出 Johansson 文章中的跨时预算约束没有考虑个人寿命

的不确定性，提出以下模型取代 **Johansson** 的模型：

$$\text{Max} \int_0^H u(c(t))e^{-\theta t} \mu(t) dt, \quad \text{s.t.} \int_0^H e^{-rt} \mu(t)[w(t) - c(t)] dt = 0$$

其中  $\mu(t)$  表示时刻 **0** 出生的人到时刻 **t** 还活着的概率；它在 **Johansson** 模型的约束条件中没有出现。我认为，**Ake Blomqvist** 的改进是正确的。但 **Ake Blomqvist** 的模型仍有不足：没有根据余年概率分布随年龄而变把消费决策动态化。本文第四部分将讨论它。

### 三 消费决策的预期余年法

#### 1、模型

为了克服上面所述单纯期望效用法的缺点，这里介绍另一种消费决策方法：预期余年法。这种方法是用一个“预期余年”（余年的期望值）代替许多个可能的余年；个人每年在预期余年下建立跨时效用函数和跨时预算约束条件，从中求解最优消费。此方法最早见于笔者 **1998** 年的文章“消费函数研究”。在此方法下，年龄为 **x** 者当年的最优消费由以下优化问题解出：

$$\left. \begin{aligned} & \text{Max} \sum_{\mu=0}^{E_x} u[c(x+\mu)]/(1+\theta)^\mu \\ & \text{s.t.} (1+r)v_x + \sum_{\mu=0}^{E_x} [y(x+\mu) - c(x+\tau)]/(1+r)^\mu = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中， $E_x$  表示 **x** 岁者的预期余年， $\theta$  表示时间偏好率， $v_x$  表示 **x** 岁时的资产，**r** 表示资产收益率，**y** 表示劳动收入，**c** 表示消费， $u(c)$  表示即时效用函数。

简言之，这种消费决策方法是先用(6)求余年的期望值  $E_x$ ，然后用(13)求优化消费。假定

$u'(c) = c^{-j}$ ，则 (13) 关于 **c** (**x**) 的解为

$$c(x) = [(1+r)v_x + \sum_{\tau=0}^{E_x} y(x+\tau)/(1+r)^\tau] / \sum_{\tau=0}^{E_x} M^\tau \quad (14)$$

其中  $M = [(1+r)/(1+\theta)]^{1/j} / (1+r)$

#### 2、模型的基本性质：动态性

式 (13) 所描述的消费决策方法以预期余年作为跨时优化的区间。由于预期余年随年龄而变 ( $E_{x+\tau+1} \neq E_{x+\tau} - 1$ )，以此为基础的个人消费决策必须是动态的跨时优化决策。也

就是说，消费优化决策必须逐年做：个人在  $x$  岁时，以预期余年  $E_x$  为优化区间决定  $x$  岁的优化消费；如果活到  $x+\tau$  岁，就要以预期余年  $E_{x+\tau}$  为优化区间决定  $x+\tau$  岁的优化消费。

### 3、数值模拟

假定模型参数与前面的相同。在这些参数下，我们首先用预期余年法计算个人 20 岁的最优消费；然后假定他在 21 岁时仍然活着，按公式  $v_{21} = (1+r)v_{20} + y(20) - c(20)$  计算他 21 岁时的资产，再用预期余年法计算他 21 岁的最优消费。如此依次计算到 103 岁。这样产生的个人消费路径和资产路径见图 4。

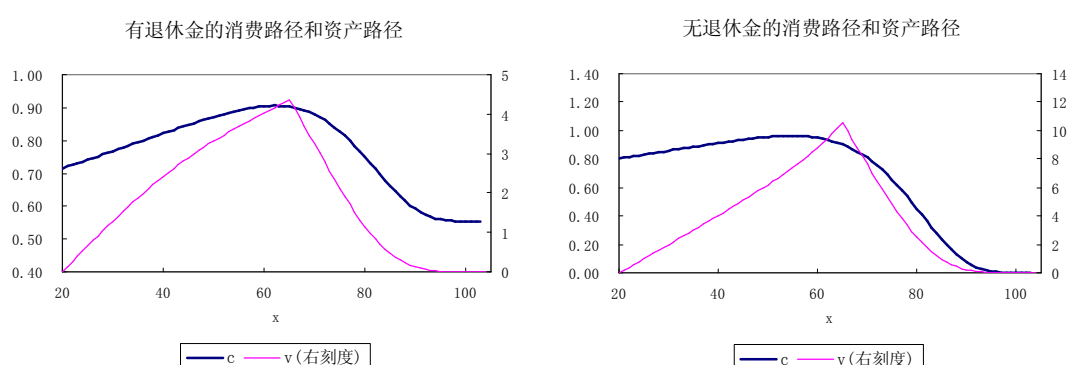


图 4 预期余年法产生的个人消费路径和资产路径

图 4 表明：如果无退休金，高龄阶段消费太低；如果有退休金，高龄阶段消费不低，说明退休金对老年人生活有保障作用，比较符合实际。个人资产始终非负，也符合实际。

## 四 消费决策的另一种方法：

### 期望效用下的期望收支平衡法

单纯期望效用法的缺点，还可以用另一种方法克服：以“期望消费现值=期望收入现值+现有资产”作为约束条件，取代单纯期望效用法中的约束条件；目标函数仍然取期望效用。

#### 1、模型

这种消费决策方法的要点是：以个人未来效用主观现值的期望值最大为目标；以个人未来消费现值的期望值等于个人未来劳动收入现值的期望值加现有资产为约束条件；这些期望值的计算都以余年概率分布为依据。这样的消费决策方法可称为期望效用下的期望收支平衡法。在此方法下，年龄为  $x$  者当年的最优消费由以下优化问题解出：



$$\left. \begin{aligned} & \text{Max} \sum_{\tau=0}^{N-x} p_x(x+\tau) \left\{ \sum_{\mu=0}^{\tau} u[c(x+\mu)] / (1+\theta)^\mu \right\} \\ & \text{s.t.} \quad (1+r)v_x + \sum_{\tau=0}^{N-x} p_x(x+\tau) \left\{ \sum_{\mu=0}^{\tau} [y(x+\mu) - c(x+\mu)] / (1+r)^\mu \right\} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

运用公式(5)，式(15)可简化如下：

$$\left. \begin{aligned} & \text{Max} \sum_{\tau=0}^{N-x} l_x(x+\tau) u[c(x+\tau)] / (1+\theta)^\tau \\ & \text{s.t.} \quad (1+r)v_x + \sum_{\tau=0}^{N-x} l_x(x+\tau) [y(x+\tau) - c(x+\tau)] / (1+r)^\tau \end{aligned} \right\} \quad (15')$$

式中， $p_x(x+\tau)$  表示  $x$  岁者死于  $x+\tau$  岁的概率， $l_x(x+\tau)$  表示  $x$  岁者到  $x+\tau$  岁还活着的概率， $\theta$  表示时间偏好率， $r$  表示资产收益率， $v_x$  表示  $x$  岁时的资产， $y$  表示劳动收入， $c$  表示消费， $u(c)$  表示即时效用函数。式(15')中的约束条件又可等价地表述为

$$\begin{aligned} v(x+\tau+1) &= (1+r)v(x+\tau) + [y(x+\tau) - c(x+\tau)]l_x(x+\tau), \quad 0 \leq \tau < N-x; \\ v(x) &= v_x (\text{已知数}), \quad v(N+1) = 0. \end{aligned}$$

假定  $u'(c) = c^{-j}$ ，则(15')关于  $c(x)$  的解为

$$c(x) = \frac{(1+r)v_x + \sum_{\tau=0}^{N-x} l_x(x+\tau) y(x+\tau) / (1+r)^\tau}{\sum_{\tau=0}^{N-x} l_x(x+\tau) M^\tau} \quad (16)$$

其中  $M = [(1+r)/(1+\theta)]^{1/j} / (1+r)$

## 2、模型的基本性质：动态性

式(15)所描述的消费决策方法以余年概率分布为基础。由于余年概率分布随年龄而变，以此为基础的个人消费决策必须是动态的跨时优化决策。也就是说，消费优化决策必须逐年（或逐期）做：个人在  $x$  岁时，以  $x$  岁的余年概率分布为依据决定  $x$  岁的优化消费；如果活到  $x+\tau$  岁，就要以  $x+\tau$  岁的余年概率分布为依据决定  $x+\tau$  岁的优化消费。

式(15')所描述的消费决策方法在内容与本文第二部分提到的 **Ake Blomqvist** 方法有相同之处；但二者在性质上有较大的不同：式(15')具有刚才所述的动态性，**Ake Blomqvist** 方法则没有这种动态性。

## 3、数值模拟

下面，我们对式(15')进行数值解。参数和求解方法与上一部分相同。求解得到的个人消费路径和资产路径见图5。

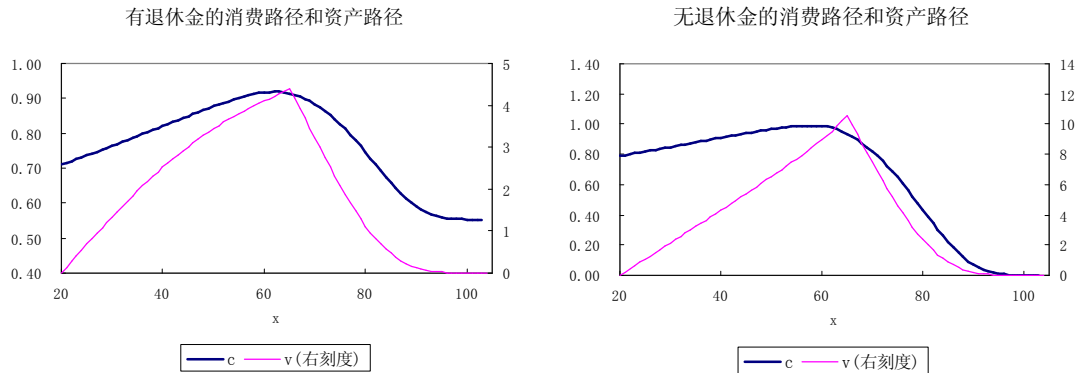


图 5 期望效用下的期望收支平衡法产生的个人消费路径和资产路径

图 5 表明：如果无退休金，高龄阶段消费太低；如果有退休金，高龄阶段消费不低，说明退休金对老年人生活有保障作用，比较符合实际。个人资产始终非负，也符合实际。

比较图 4 和图 5，二者几乎没有差别。这说明：期望效用下的期望收支平衡法消费决策结果与预期余年法消费决策结果很接近。

从计算工作量看，预期余年法工作量小，期望效用下的期望收支平衡法工作量很大。从这一点说，预期余年法有较大的实用价值。

## 五 简短的结论

总结本文的分析，有以下结论：

(1) 雅里等人对于寿命不确定下消费决策方法的研究，既有重要贡献，又有重大缺陷。重要贡献在于：明确了寿命不确定下期望效用的含义；把期望效用作为消费决策的目标函数，合理地反映了寿命不确定性对效用的影响。重大缺陷在于：他们所设定的跨时预算约束条件排除了个人随时死亡的可能性。这样的消费决策方法得出的结论远离实际：在个人消费不受流动性约束、不考虑人寿保险、不故意留遗产的条件下，即使有退休金，个人在生命后期还要负债消费，消费水平在高龄阶段很低。说明退休金对老年人生活没有保障作用。**Ake Blomqvist** 提出的寿命不确定下消费决策方法虽然克服了这一缺陷，但它仍有不足：没有根据余年概率分布随年龄而变把消费决策动态化。

(2) 笔者提出的“预期余年法”和“期望效用下的期望收支平衡法”具有逻辑上的一致性，得出的消费路径和资产路径比较符合实际。

(3) 期望效用下的期望收支平衡法产生的结果与预期余年法产生的结果很接近；但在求解的工作量上，后者比前者小得多。所以，预期余年法具有较大的实用价值。

(4) 寿命不确定下的消费决策必须动态化，因为它所依据的余年概率分布随年龄而变，使得每次决策的结果中，只有头一年（或头一期）的优化消费有实际意义，其他的没有意义。

## 附录 中国 1990 年生命表

年龄	死亡概率	年龄	死亡概率	年龄	死亡概率	年龄	死亡概率	年龄	死亡概率
0	0.03289	21	0.00121	42	0.00299	63	0.02211	84	0.15744
1	0.00561	22	0.00125	43	0.00326	64	0.02437	85	0.17339
2	0.00298	23	0.00129	44	0.00356	65	0.02686	86	0.19100
3	0.00197	24	0.00131	45	0.00390	66	0.02960	87	0.21044
4	0.00144	25	0.00134	46	0.00427	67	0.03261	88	0.23190
5	0.00113	26	0.00137	47	0.00468	68	0.03591	89	0.25560
6	0.00092	27	0.00139	48	0.00514	69	0.03954	90	0.28180
7	0.00078	28	0.00142	49	0.00566	70	0.04351	91	0.31070
8	0.00069	29	0.00145	50	0.00622	71	0.04787	92	0.34260
9	0.00063	30	0.00149	51	0.00685	72	0.05264	93	<i>0.37942</i>
10	0.00060	31	0.00153	52	0.00755	73	0.05785	94	<i>0.41896</i>
11	0.00060	32	0.00159	53	0.00832	74	0.06355	95	<i>0.46270</i>
12	0.00063	33	0.00165	54	0.00917	75	0.06977	96	<i>0.51110</i>
13	0.00068	34	0.00173	55	0.01011	76	0.07654	97	<i>0.56465</i>
14	0.00074	35	0.00182	56	0.01115	77	0.08392	98	<i>0.62392</i>
15	0.00081	36	0.00193	57	0.01229	78	0.09194	99	<i>0.68951</i>
16	0.00089	37	0.00205	58	0.01356	79	0.10064	100	<i>0.76212</i>
17	0.00096	38	0.00220	59	0.01495	80	0.11006	101	<i>0.84250</i>
18	0.00103	39	0.00236	60	0.01649	81	0.12024	102	<i>0.93150</i>
19	0.00110	40	0.00255	61	0.01819	82	0.13123	103	<i>1.00000</i>
20	0.00116	41	0.00276	62	0.02005	83	0.14307		

资料来源：《中国统计年鉴 1995》第 70—71 页。表中斜体数字是我们根据死亡概率拟合曲线推算的。

### 主要参考文献

- [1] Ake Blomqvist(2002), Defining the Value of a Statistics Life: a Comment, *Journal of Health Economics* 21(2002) 169-175.
- [2] 布兰查德、费希尔,《宏观经济学》中的“永保青春模型”,经济科学出版社,1992年。
- [3] 贺菊煌(1998),消费函数研究,《数量经济技术经济研究》1998年第12期。
- [4] 贺菊煌(2004),寿命不确定下的消费决策,《数量经济技术经济研究》2004年第12期。
- [5] 贺菊煌(2007),带生命周期消费的新古典增长模型,社会科学文献出版社,2007年。
- [6] Hurd, Michael D.(1989), Mortality Risk and Bequests, *Econometrica* Vol 57, n4(July 1989):779-813.

[7] Yaari, Menahem(1965), Uncertain Lifetime, Life Insurance and the Theory of the Consumer, *Review of Economic Studies*, Vol 32(1965):137-150.

[8] 国家统计局,《中国统计年鉴 1995》第 70—71 页: 人口平均预期寿命, 中国统计出版社, 1995 年。